

# CENTRALE COMMISSIE VOORTENTAMEN WISKUNDE

## Tentamen Wiskunde B

Datum: 25 juli 2023  
Tijd: 12.30 – 15.30 uur  
Aantal opgaven: 4

**Lees onderstaande aanwijzingen s.v.p. goed door voordat u met het tentamen begint. Als u zich niet aan deze aanwijzingen houdt, kan dit tot aftrek van punten leiden.**

Zet uw naam op alle in te leveren antwoordbladen.

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad.

Laat bij elke vraag door middel van een redenering, een berekening, of een toelichting op het gebruik van de rekenmachine zien hoe het antwoord is verkregen. Zonder redenering of berekening worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend.

Schrijf leesbaar en met inkt. Gebruik geen correctievloeistof zoals tipp-ex.

Gebruik van een potlood is alleen toegestaan bij het tekenen van grafieken.

Bij het tentamen kunt u gebruik maken van een eenvoudige wetenschappelijke rekenmachine. **Overige hulpmiddelen, zoals een grafische rekenmachine, een rekenmachine met de mogelijkheid om integralen te berekenen, een formulekaart, BINAS of een tabellenboek, zijn NIET toegestaan.**

Op de laatste bladzijde van dit tentamen is een lijst met formules afgedrukt.

Het gebruik van een mobiele telefoon of andere telecommunicatieapparatuur tijdens het tentamen is verboden. Zet uw **mobiele telefoon uit** en stop deze in uw tas.

Te behalen punten per onderdeel:				
Opgave	1	2	3	4
a	8	7	6	4
b	6	8	6	3
c	6	5	7	5
d		5		5
Totaal	20	25	19	17
Cijfer = $\frac{\text{behaald aantal punten}}{9} + 1$				
U bent geslaagd als uw cijfer 5,5 of hoger is.				

## Opgave 1 – Gebroken functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

De functie  $f$  wordt gegeven door

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 4}$$

De punten  $A$  en  $B$  zijn de punten op de grafiek van  $f$  waar de raaklijn aan deze grafiek horizontaal loopt. Punt  $C$  is het snijpunt van de grafiek van  $f$  met de  $y$ -as.

Lijn  $\ell$  is de rechte lijn door de punten  $A$  en  $B$ .

Lijn  $m$  is de raaklijn aan de grafiek van  $f$  in punt  $C$ .

- 8pt a Bereken algebraïsch de hoek tussen lijn  $\ell$  en lijn  $m$ .  
Geef uw antwoord in graden, afgerond op één cijfer achter de komma.

De functie  $g$  wordt gegeven door

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$$

- 6pt b Bereken exact de waarden van  $p$  waarvoor de horizontale lijn  $y = p$  twee snijpunten heeft met de grafiek van  $g$ .

De functie  $h$  wordt gegeven door

$$h(x) = \frac{(x^2 - 4)(x + 1)}{x^2 - 3x + 2}$$

De grafiek van  $h$  heeft twee asymptoten.

- 6pt c Bereken exact de vergelijkingen van deze twee asymptoten.

## Opgave 2 – Exponentiële en logaritmische functies en een cirkel

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

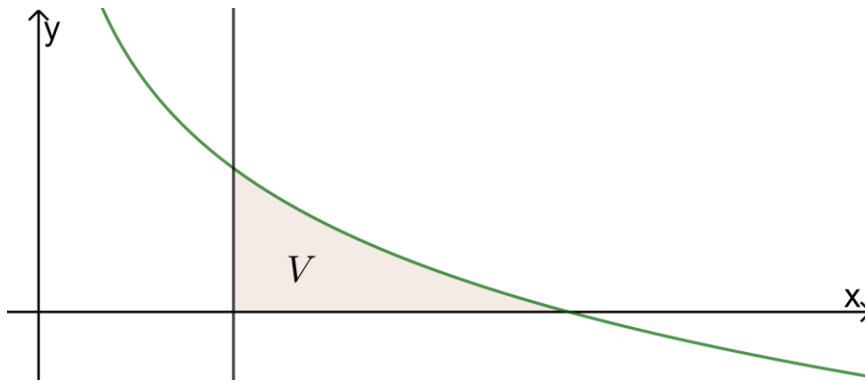
De functie  $f$  wordt gegeven door  $f(x) = e^{1-x^2}$ .

Cirkel  $c$  raakt de grafiek van  $f$  in de punten  $A(-1,1)$  en  $B(1,1)$ .

7pt a Bereken exact een vergelijking voor cirkel  $c$ .

In de figuur hieronder ziet u de grafiek van de functie  $g(x) = 4 - 2 \ln(x)$ .

$V$  is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van  $g$ , de  $x$ -as en de verticale lijn  $x = e$ .



8pt b Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als  $V$  gewenteld wordt rond de  $y$ -as.

De functies  $h$  en  $k$  worden gegeven door  $h(x) = 2 \ln(x)$

en  $k(x) = \ln(x - 2) + \ln(2x + 3)$ .

5pt c Bereken exact de waarde(n) van  $x$  waarvoor  $h(x) = k(x)$ .

Voor iedere reële waarde van  $p$  wordt de functie  $l_p$  gegeven door

$$l_p(x) = \ln(x^2 + p + 2)$$

5pt d Bereken exact de waarden van  $p$  waarvoor de grafiek van de functie  $l_p$  één of meer buigpunten heeft.

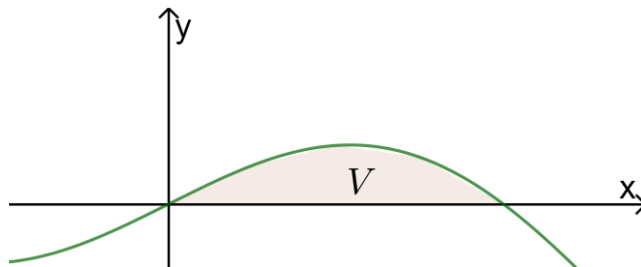
### Opgave 3 – Drie goniometrische functies

Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!

In de figuur hieronder ziet u een deel van de grafiek van de functie

$$f(x) = \sin(x) - \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$V$  is het vlakdeel dat wordt ingesloten door dit deel van de grafiek en de  $x$ -as.



- 6pt a Bereken exact de oppervlakte van vlakdeel  $V$ .

Voor  $x$  in het interval  $0 \leq x \leq 2\pi$  wordt de functie  $g$  gegeven door

$$g(x) = \sin(x) + \cos(2x)$$

- 6pt b Bereken exact de  $x$ -coördinaten van de snijpunten van de grafiek van  $g$  met de  $x$ -as op het gegeven interval.

De functie  $h$  wordt gegeven door  $h(x) = \sin(x) \cdot \cos(2x)$ .

De grafiek van  $h$  heeft vier horizontale raaklijnen.

- 7pt c Bepaal met een exacte berekening een vergelijking voor elk van deze vier horizontale raaklijnen.

## Opgave 4 – Lijnen, cirkels en driehoeken

*Begin elke opgave op een nieuw antwoordblad!*

Gegeven worden de punten  $A(-6,1)$  en  $B(1,8)$ .

Lijn  $\ell$  loopt evenwijdig met de lijn door de punten  $A$  en  $B$  en gaat door het punt op de positieve  $x$ -as dat op afstand 10 van punt  $B$  ligt.

4pt a Bepaal met een exacte berekening een vectorvoorstelling voor lijn  $\ell$ .

Cirkel  $c_1$  is de cirkel met middelpunt  $P(-1,3)$  die door punt  $A$  gaat.

Punt  $B$  ligt ook op cirkel  $c_1$ .

3pt b Toon dit aan met een exacte berekening.

Er zijn punten  $D$  op cirkel  $c_1$  waarvoor geldt dat driehoek  $ABD$  rechthoekig is.

5pt c Bereken exact de coördinaten van deze punten.

Cirkel  $c_2$  met middelpunt  $M$  gaat ook door de punten  $A$  en  $B$ .

De oppervlakte van driehoek  $ABM$  is 14.

5pt d Bereken exact de oppervlakte van cirkel  $c_2$ .

*Einde van het tentamen.*

*Als u klaar bent met het tentamen, controleer dan of **uw naam** en het **opgavenummer** op ieder antwoordblad staat.*

*Doe de antwoordbladen in de juiste volgorde in het plastic mapje en doe het blaadje met uw gegevens voorop in dit mapje.*

*Wat er **niet** in het mapje moet:*

- lege blaadjes, laat deze s.v.p. op uw tafel liggen;*
- blaadjes waar alleen uw naam op staat, neem deze s.v.p. mee;*
- kladpapier;*
- deze opgaven.*

*Alleen zo kunnen wij zorgen voor een vlotte correctie van uw tentamenwerk.*

*Blijf zitten totdat één van de surveillanten uw mapje inneemt (of u bij zich roept).*

## Formulelijst wiskunde B

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$\sin(t + u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u$$

$$\sin(t - u) = \sin t \cos u - \cos t \sin u$$

$$\cos(t + u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u$$

$$\cos(t - u) = \cos t \cos u + \sin t \sin u$$

$$\sin(2t) = 2 \sin(t) \cos(t)$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = 2 \cos^2(t) - 1 = 1 - 2 \sin^2(t)$$